

CenUR Litoral Norte, Salto
Universidad de la República.

Ciclo Científico Inicial
Programa de Cálculo 2 (dictada en el segundo semestre).

Carga horaria: Total: 8hs. semanales (128 hs. semestrales)

- Teórico: 4 hs. semanales (64 hs. semestrales)
 - Práctico: 4 hs. semanales. (64 hs. semestrales)
- Número de créditos: 16

Objetivos de la asignatura: El estudiante deberá comprender y manejar fluidamente el Cálculo diferencial e integral en varias variables y sus aplicaciones.

Programa de la Asignatura

1. Introducción a las Ecuaciones Diferenciales:

Ecuación lineal de 2do orden a coeficientes constantes homogénea (casos de raíces reales simples, doble y raíces complejas conjugadas). Solución de la ecuación no homogénea por el método de “selección”.

2. Topología en R^p :

norma, métrica, bolas definida por una métrica, conjuntos acotados. Sucesiones convergentes y divergentes, aritmética de límites de sucesiones, ejemplos. Sucesiones de Cauchy, completitud, Subsucesiones. Conjuntos abiertos, cerrados y frontera. Conjuntos compactos, puntos de acumulación, Teorema de Bolzano-Weierstrass.

3. Funciones reales de varias variables:

ejemplos, representaciones gráficas, curvas de nivel.
Límite de funciones de varias variables, propiedades, límites direccionales, aritmética de límites de funciones, ejemplos.
Funciones continuas, propiedades básicas, composición.
Imagen continua de un compacto, teorema de Weierstrass. Continuidad uniforme.

4. Diferenciabilidad de funciones de varias variables:

Derivadas parciales y direccionales, propiedades, ejemplos, notación.
Diferenciabilidad de funciones de \mathbb{R}^p a \mathbb{R} , propiedades (continuidad, derivabilidad), ejemplos, derivada, gradiente, plano tangente.

5. Funciones de \mathbb{R}^p a \mathbb{R}^q . Matriz jacobiana. Teorema del valor medio.

Funciones de clase C^1 , condición suficiente para la diferenciabilidad. Ejemplos y contraejemplos.
Función compuesta, regla de la cadena, ejemplos.

6. Derivadas de orden superior. Funciones de clase C^r . Teorema de Schwarz de interversión de derivadas. Ejemplos.

Desarrollo de Taylor de funciones de varias variables. Ejemplos. Aplicación al cálculo de límites. Estimación de errores.

7. Función implícita. Existencia y regularidad.
Función inversa local y teorema de la función inversa.
8. Extremos relativos: definición, condición necesaria, puntos estacionarios. Contraejemplos mostrando que no es condición suficiente.
Extremos relativos: condición suficiente por el método del diferencial segundo (Hessiano). Ejemplos de cálculo y clasificación de extremos relativos y absolutos.
Extremos relativos condicionados. Método de los multiplicadores de Lagrange. Ejemplos.
Extremos absolutos. Existencia (Teorema de Weierstrass). Ejemplo de búsqueda de extremos absolutos de una función continua en un compacto.
9. **Integración múltiple:**
Integrales paramétricas de funciones de una variable. Continuidad y derivabilidad respecto al parámetro. Ejemplos.
Sumas de Riemann de integrales múltiples. Definición de integral doble de Riemann en un rectángulo. Interpretación geométrica.
Conjuntos de medida nula. Medida nula de las gráficas de funciones. Caracterización de Lebesgue de la integrabilidad Riemann (Teorema de Riemann-Lebesgue).
Integrabilidad Riemann de funciones continuas en conjuntos simples. Teorema de Fubini para integrales Riemann.
Integrabilidad respecto al parámetro. Integrales iteradas. Ejemplos.
Cambio del orden de integración en integrales iteradas dobles. Ejemplos.
10. Propiedades de las integrales múltiples: Propiedades de las integrales dobles: linealidad, monotonía, acotación, Teorema del Valor Medio.
Cambio de variable en integrales dobles y triples: determinante Jacobiano, coordenadas polares, cilíndricas y esféricas.
11. Aplicaciones de las integrales dobles y triples: Cálculo de áreas y volúmenes con integrales dobles. Cálculo de momentos. Cálculo de volúmenes con integrales triples.
12. Integrales dobles impropias. Convergencia, no convergencia, ejemplos, aplicaciones: cálculo de $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} dx$ por medio de una integral doble.

Bibliografía:

Básica: Apostol T. Calculus Vol 2 Ed. Reverté ISBN 84-291-5003-X.

Complementaria: Lima, Elon Lages, Curso de Análise, Vol 2. Ed. IMPA Projeto Euclides. ISBN 9788524400490.

Lima, Elon Lages, Análise Real, Vol 2. Ed. Coleção Matemática Universitária. ISBN 978-85-244-0048-3

Conocimientos previos: Es imprescindible un razonable dominio de los temas correspondientes a los programas de Cálculo 1 y Álgebra lineal 1.

Método de aprobación de la asignatura: Para aprobarla deberá el estudiante rendir un examen práctico escrito y teórico oral. El examen práctico podrá exonerarse por medio de pruebas parciales que se realizarán durante el curso.

Previaturas: Para rendir examen de Cálculo 2 deberá el estudiante tener aprobado previamente el examen de Cálculo 1.